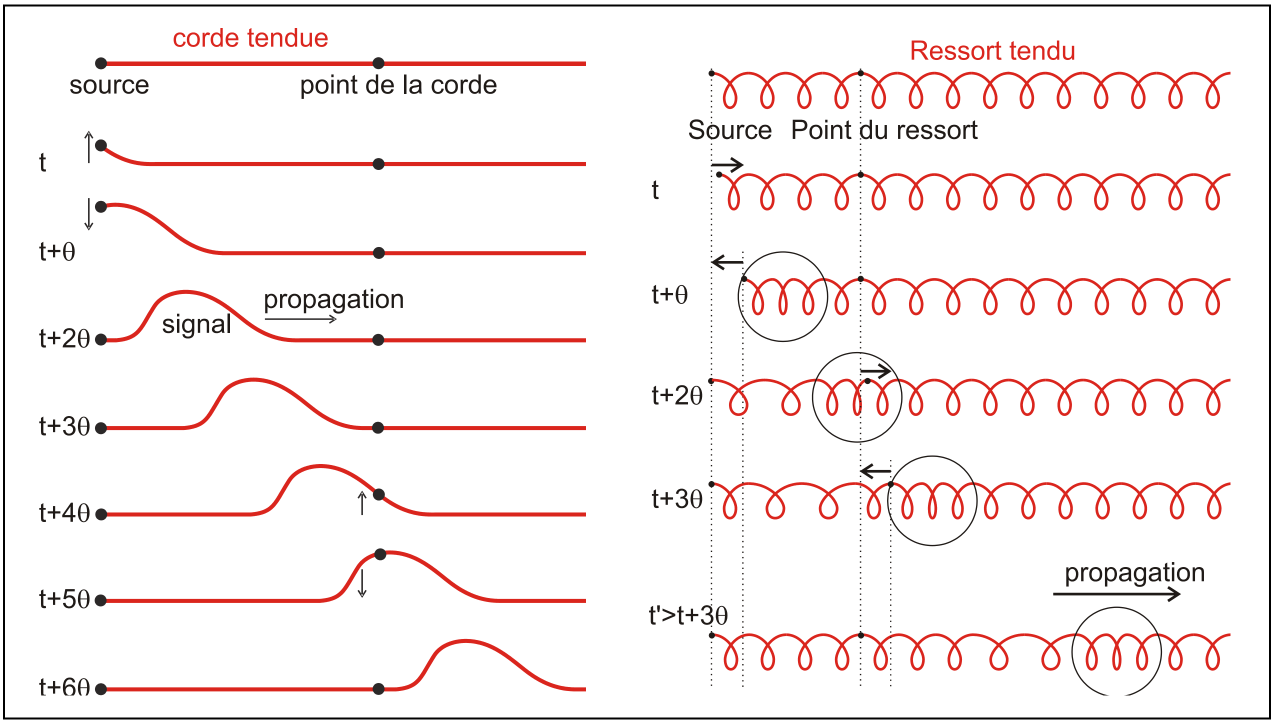
Chapitre 7: Ondes et lumière

1. Propagation d'une onde mécanique

a) Signal et onde

Un **signal mécanique** est une déformation de courte durée d'un **milieu élastique**. Cette déformation ne reste pas localisée à l'endroit où elle est produite, mais elle se déplace dans le milieu élastique: elle se **propage**. Après le passage du signal le milieu reprend son état initial.

Le point de départ du signal est la **source**; la direction et le sens dans lesquels il se déplace constituent la **direction et le sens de propagation**.



Si, lors du passage de la déformation, les différents points du milieu se déplacent perpendiculairement à la direction de propagation, la déformation est un **signal transversal**.

Si, lors du passage de la déformation, les différents points du milieu se déplacent dans la direction de propagation, la déformation est un **signal longitudinal**.

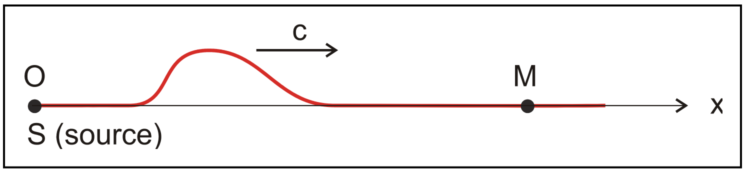
Une **onde** est une série de signaux qui se suivent à des intervalles de temps réguliers ; elle peut être transversale ou longitudinale.

Exemples :

- Ondes transversales : Ondes à la surface d'un liquide, ondes séismiques secondaires S, cordes des instruments de musique, …, ondes électromagnétiques (ne nécessitent pas de milieu de propagation matériel)
- Ondes longitudinales : ondes sonores, ondes séismiques primaires P , …

b) Célérité

On appelle **célérité c** la vitesse de propagation d'un signal ou d'une onde.



Propriétés:

* Nous ne traiterons que des cas où la célérité ne dépend pas de la forme du signal.

* Dans un milieu homogène donné la célérité est constante.

* Pour atteindre le point M, l'onde met un temps Δt tel que $OM = x = c \cdot \Delta t$.
  Le point M **reproduit le mouvement de la source S** avec un retard
  $$\Delta t = \frac{x}{c}$$
  Le mouvement de M à la date t est identique au mouvement de S à la date $(t - \Delta t)$.

* Dans un milieu homogène à 2 ou 3 dimensions, la célérité est la même dans toutes les directions.

* La célérité dépend de la nature et de l'état du milieu de propagation.

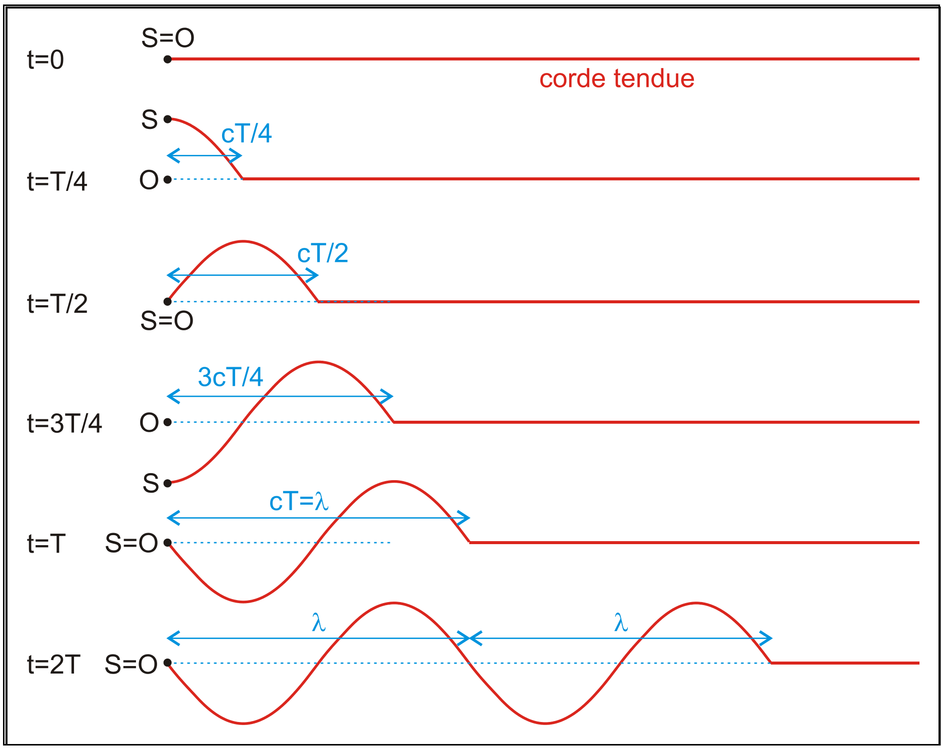
* Le long d'une corde tendue, la célérité augmente avec la tension F_T de la corde et diminue avec la masse linéaire μ (ou **masse linéique** = masse par unité de longueur) suivant la relation :

  $\boxed{c = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}}$ avec $\mu = \frac{m}{L}$ (L = longueur de la corde ; m = masse de la corde)

Signal	**Milieu de propagation**	**Célérité en m/s**
Son (ondes longitudinales se propageant à travers un milieu matériel élastique)	air à 0°C air à 20°C air à 40°C eau de mer à 15°C acier (ondes transversales) acier (ondes longitudinales) hydrogène à 20°C	330,7 342,6 354,1 1500 3240 5880 1300
Lumière (ondes transversales se propageant **aussi** à travers le vide	vide eau verre ordinaire	c 0,75 c 0,66 c

c) Propagation d'une onde sinusoïdale (harmonique) le long d'une corde. Longueur d'onde λ

Supposons que le mouvement de la source S soit sinusoïdal de période T.



Pour comprendre comment la corde se déforme progressivement, il est commode de la représenter à différentes dates t:

* t = 0: la source commence son mouvement vers le haut;

* t = T/4: la source a fait un quart d'oscillation; le front d'onde atteint le point M_1, tel que $OM_1 = c \cdot \frac{T}{4}$

* t = T/2: la source a fait une demi-oscillation; le front d'onde atteint le point M_2, tel que $OM_2 = c \cdot \frac{T}{2}$

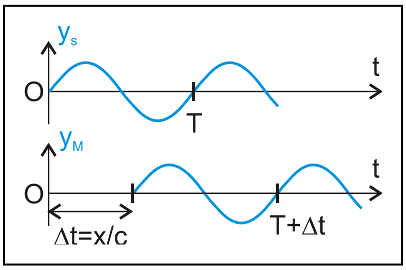
* t = T: la source a effectué une oscillation complète; la déformation atteint une longueur de corde qu'on appelle **longueur d'onde λ**: $\boxed{\lambda = c \cdot T}$

La longueur d'onde λ est la distance parcourue par l'onde en une période T.
Elle dépend à la fois de la période T, donc de la source, et de la célérité c, donc du milieu de propagation.

d) Double périodicité du phénomène de propagation

* **Périodicité dans le temps :** Un point M donné du milieu exécute, comme la source, une vibration sinusoïdale qui se reproduit identiquement à elle-même après le temps T :

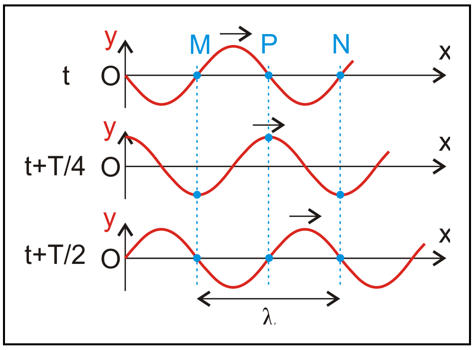
T est la **période temporelle**.



On peut représenter, pour tout point d'abscisse x, l'élongation y en fonction du temps (y_S pour la source S, y_M pour tout autre point M): on obtient **les sinusoïdes du temps.**

La sinusoïde du temps du point M d'abscisse x se déduit de la sinusoïde du temps de la source par une translation $\Delta t = x/c$ le long de l'axe du temps.

* **Périodicité dans l'espace :** A un instant t donné, on retrouve le même état vibratoire le long de la corde après une distance égale à la longueur d'onde λ: **λ est la période spatiale.**



On peut représenter, pour tout instant t, l'élongation y des points du milieu en fonction de leur abscisse: on obtient **les sinusoïdes de l'espace.**

(La sinusoïde de l'espace se confond avec l'image qu'on obtiendrait en photographiant la corde à un instant donné.)

La sinusoïde de l'espace progresse au cours du temps, avec une vitesse égale à la célérité: la vibration de la source engendre dans le milieu une **onde progressive**.

e) Points vibrant en phase et points vibrants en opposition de phase

Deux points M et N de la corde, séparés des distances λ, 2λ, ..., kλ ($k \in \mathbb{Z}$) se déplacent à tout instant dans le même sens, passent au même instant par leur élongation maximale, nulle ou minimale : ils vibrent **en phase**. Ils ont à chaque instant la même élongation et la même

$$\boxed{\Delta x = x_N - x_M = k \cdot \lambda = 2k \cdot \frac{\lambda}{2}} \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$$

La longueur d'onde λ représente donc aussi la distance entre 2 points voisins qui vibrent en phase, en particulier la distance entre 2 crêtes voisines.

Deux points M et P de la corde, séparés des distances λ/2, 3λ/2, ..., (2k+1)λ/2 se déplacent à tout instant dans des sens opposés ; ils ont à tout instant des élongations de signe opposé: ils vibrent en **opposition de phase**.

$$\boxed{\Delta x = x_P - x_M = (2k+1)\cdot\frac{\lambda}{2}} \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$$

f) Équation d'onde

Considérons une source S en train d'effectuer un mouvement harmonique d'amplitude Y_m, de pulsation $\omega = \frac{2\pi}{T}$ où T est la période d'oscillation et de phase initiale φ.

L'élongation de la source S s'écrit: $\boxed{y_S(t) = Y_m \sin(\omega t + \varphi)}$

Nous supposons que la propagation de l'onde dans le milieu élastique se fait **sans amortissement** dans le sens des x positifs.

Pour atteindre le point M situé à la distance x de la source, l'onde met le temps : $\Delta t = \frac{x}{c}$

M reproduit donc le mouvement de S avec un retard de Δt!

L'élongation du point M à la date t est égale à celle que la source avait à la date t – Δt !

$$\begin{aligned} y_M(t) &= y_S(t-\Delta t) \\ &= Y_m \sin\left[\omega\left(t-\Delta t\right)+\varphi\right] \\ &= Y_m \sin\left[\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)+\varphi\right] && \text{pulsation: } \omega = 2\pi/T \\ &= Y_m \sin\left[\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{x}{c}\right)+\varphi\right] \\ &= Y_m \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{T\cdot c}\right)+\varphi\right] && \text{longueur d'onde: } \lambda = c\cdot T \\ &= Y_m \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)+\varphi\right] \end{aligned}$$

Tous les points ont **même amplitude Y_m et même pulsation ω** (donc même période T respectivement même fréquence f) que la source, mais ils n'effectuent pas le même mouvement en même temps.

L'équation d'onde est l'expression mathématique de l'élongation d'un point quelconque d'abscisse x à une date quelconque t. Elle comporte donc 2 variables x et t !

$$\boxed{y_M(x,t) = Y_m \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)+\varphi\right]}$$

g) Interprétation de l'équation d'onde: double périodicité

S'il n'y a pas d'amortissement **y_M reprend la même valeur et M se déplace dans le même sens** (c-à-d v_{yM} reprend la même valeur), chaque fois que la phase :

$$2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)+\varphi \qquad \text{change de } k\cdot 2\pi \ (k\in\mathbb{Z}).$$

* **De quelle durée t' faut-il augmenter t pour qu'en un point M donné (x fixe), la phase augmente de 2π?**

$$2\pi\left(\frac{t+t'}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)+\varphi=2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)+\varphi+2\pi$$

$$2\pi\frac{t+t'}{T}-2\pi\frac{x}{\lambda}=2\pi\frac{t}{T}-2\pi\frac{x}{\lambda}+2\pi$$

$$2\pi\frac{t}{T}+2\pi\frac{t'}{T}=2\pi\frac{t}{T}+2\pi$$

$$2\pi\frac{t'}{T}=2\pi$$

$$t'=T$$

$$\boxed{\text{T est la période temporelle}}$$

* **De quelle distance x' faut-il augmenter x pour qu'à un instant donné, la phase diminue de 2π?**

$$2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x+x'}{\lambda}\right)+\varphi=2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)+\varphi-2\pi$$

$$2\pi\frac{x+x'}{\lambda}=2\pi\frac{x}{\lambda}+2\pi$$

$$2\pi\frac{x'}{\lambda}=2\pi$$

$$x'=\lambda$$

$$\boxed{\lambda \text{ est la période spatiale}}$$

Retenons : En une durée d'une période T, la phase varie de 2π
Sur une distance d'une longueur d'onde λ, la phase varie de 2π

2. Interférence mécanique

a) Définitions. Condition d'interférence

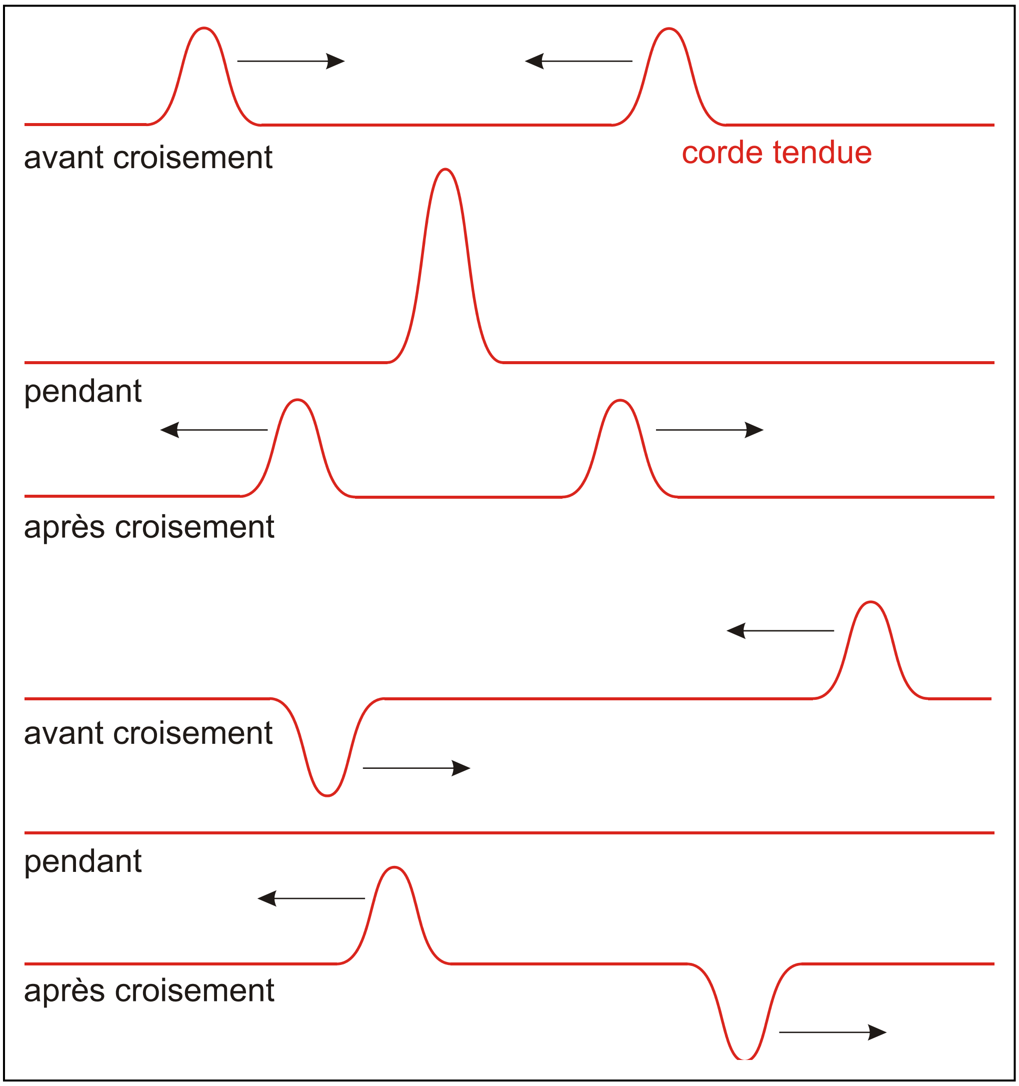
Deux sources d'ondes sont **synchrones** si elles sont en phase.

Deux sources d'ondes sont **cohérentes** si elles présentent une différence de phase constante l'une par rapport à l'autre. (Elles ont donc forcément la même fréquence f.)

L'interférence est un phénomène qui résulte de la superposition de deux ondes de même nature. Pour obtenir un phénomène stationnaire, il faut que les sources émettrices soient cohérentes.

b) Superposition des petits mouvements

Quand deux signaux se rencontrent, ils se croisent sans se gêner ; leur propagation et leur forme ne sont pas modifiées après le croisement.



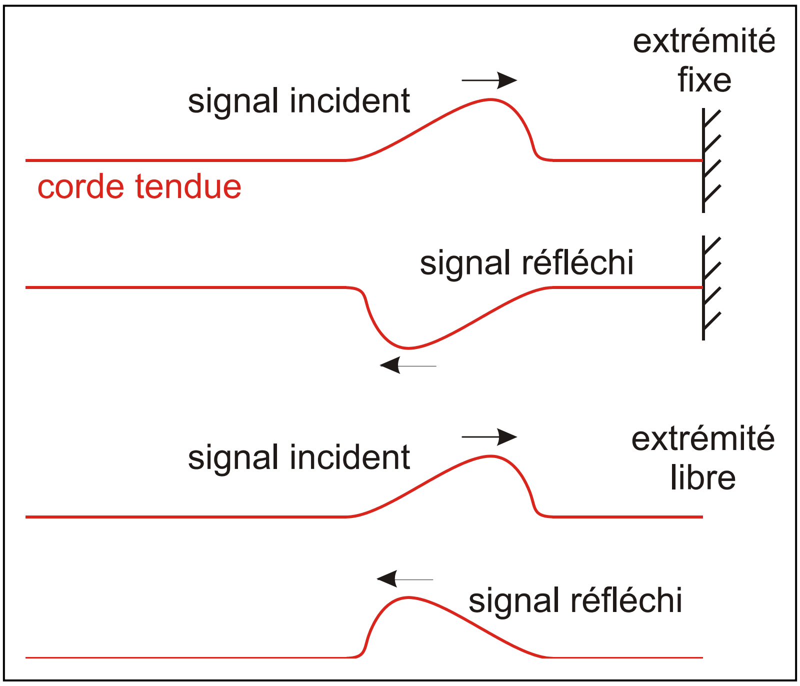
Pendant le croisement l'élongation résultante est donnée par **la règle de superposition des petits mouvements :**

Lorsque deux signaux colinéaires de faible amplitude se superposent en un point M, l'élongation résultante y est égale à la somme algébrique des élongations y_1 et y_2 que provoqueraient en M les deux signaux en se propageant seuls. $$y = y_1 + y_2$$

Les deux signaux peuvent ainsi se renforcer lors de leur croisement ou bien se détruire.

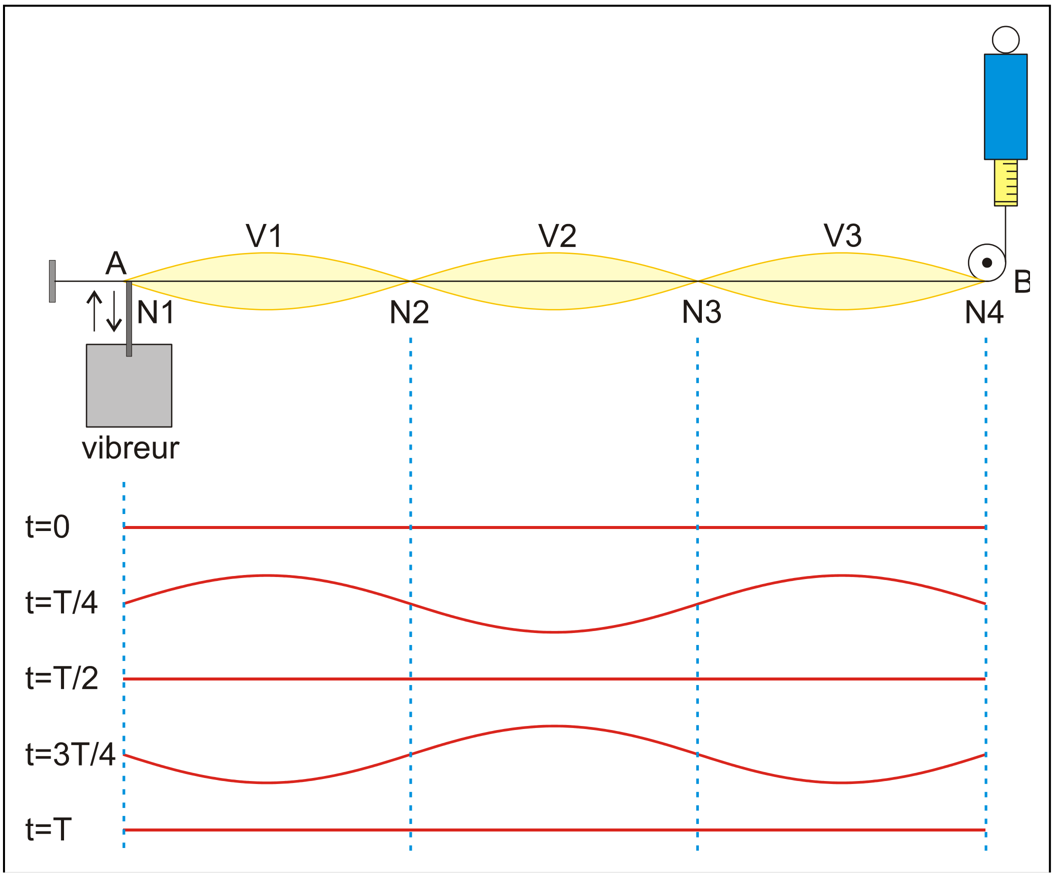
c) Réflexion d'un signal à l'extrémité d'une corde

Lors de la réflexion sur une extrémité fixe, l'élongation change de signe ; la réflexion à l'extrémité libre se fait sans changement de signe.



d) Interférence dans un milieu à une dimension. Expérience de Melde

*** Dispositif expérimental**



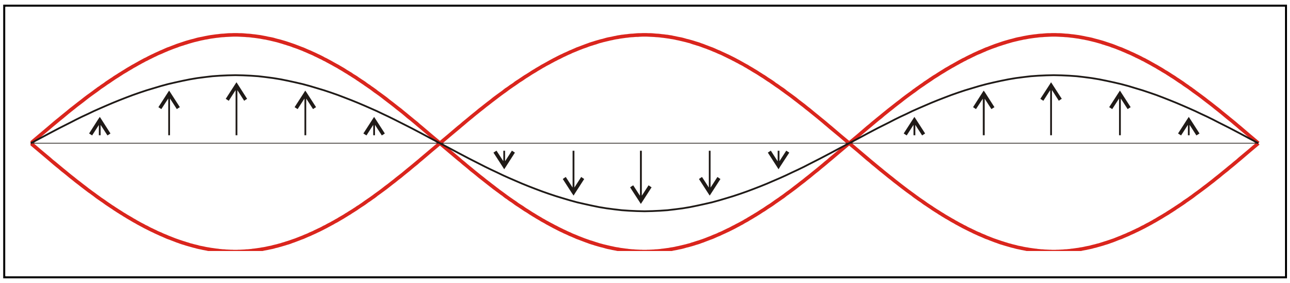
Un vibreur anime l'extrémité A d'une corde tendue d'un mouvement vibratoire sinusoïdal. À l'extrémité B, au contact de la poulie, prend naissance une onde réfléchie de même fréquence qui se propage en sens inverse. On peut varier la longueur utile AB de la corde, la tension de la corde mesurée par un dynamomètre et la fréquence du vibreur.

*** Observations**

Pour un réglage convenable, la corde vibre en plusieurs **fuseaux** d'égale longueur. Les extrémités des fuseaux sont appelées **nœuds** (points N_1, N_2, N_3, N_4), les milieux des fuseaux sont appelés **ventres** de vibration (points V_1, V_2, V_3). L'extrémité fixée au vibreur peut être assimilée à un nœud ; l'extrémité fixe est un nœud.

Vu de loin, le système paraît immobile ; il n'y a pas de progression le long de la corde : le phénomène est appelé **onde stationnaire**.

L'éclairage stroboscopique permet de voir que la corde se déforme sur place. L'amplitude de vibration est nulle aux nœuds, elle est maximale aux ventres. Tous les points d'un fuseau vibrent en phase. Les points de deux fuseaux voisins vibrent en opposition de phase.



L'aspect de la corde dépend de la tension de la corde, de la longueur de la corde et de la fréquence du vibreur.

L'apparence en fuseaux n'est obtenue que pour des **valeurs discrètes** de ces paramètres.

Le nombre de fuseaux

- diminue quand on augmente la tension de la corde (sans modifier sa longueur ni la fréquence) ;
- augmente quand on augmente la longueur utile de la corde (sans modifier sa tension ni la fréquence) ;
- augmente lorsqu'on augmente la fréquence du vibreur (sans modifier ni la longueur ni la tension).

* **Interprétation**

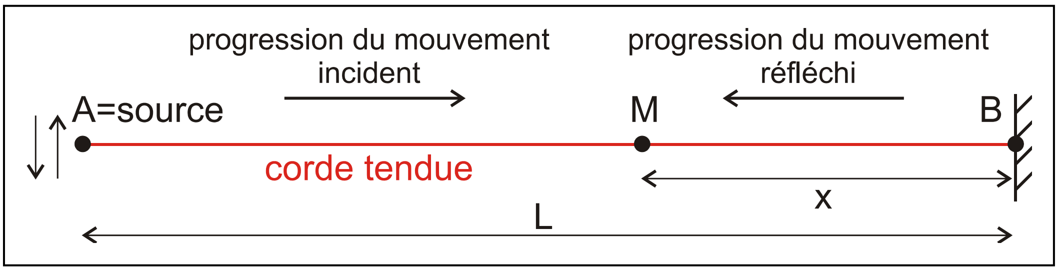
Une onde stationnaire résulte de l'interférence, c'est à dire de la superposition, entre deux ondes qui se propagent suivant la même direction, mais en sens contraires : l'onde incidente issue de la source et l'onde réfléchie qui prend naissance à l'extrémité fixe. Ces deux ondes ont même fréquence (elles sont donc **cohérentes**) et même amplitude.

Aux ventres ces deux ondes arrivent constamment en phase : il y a **interférence constructive**. L'amplitude résultante est égale à la somme des amplitudes des ondes composantes.

Aux nœuds ces deux ondes arrivent constamment en opposition de phase : il y a **interférence destructive**. L'amplitude résultante est égale à la différence des amplitudes des ondes composantes, donc elle est nulle.

* Étude théorique

La source A présente un mouvement d'élongation : $y_A = Y_m \sin 2\pi \frac{t}{T}$



En un point quelconque M de la corde se superposent deux mouvements :

celui issu directement de la source A : $y_i = Y_m \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{L-x}{\lambda}\right)\right]$

celui réfléchi par l'obstacle fixe B : $y_r = Y_m \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{L+x}{\lambda}\right) + \pi\right]$

Lors de la réflexion en B l'élongation change de signe, ce qui revient mathématiquement à ajouter π à la phase !

L'élongation résultante du point M est : $y = y_i + y_r$

Comme $\sin p + \sin q = 2\sin\frac{p+q}{2} \cdot \cos\frac{p-q}{2}$ (voir formulaire trigonométrique), on obtient :

$$y = 2Y_m \cdot \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{L}{\lambda}\right) + \frac{\pi}{2}\right] \cdot \cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda} - \frac{\pi}{2}\right)$$

Or cos (α-π/2) = sinα $\Rightarrow$

$$y = 2Y_m \cdot \sin 2\pi\frac{x}{\lambda} \cdot \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{L}{\lambda}\right) + \frac{\pi}{2}\right]$$

$$y = 2Y_m \cdot \sin 2\pi\frac{x}{\lambda} \cdot \sin\left[2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\frac{L}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right]$$

$$= A \cdot \sin\left[2\pi\frac{t}{T} + \Phi\right]$$

Le point M effectue donc un mouvement harmonique

- d'amplitude $\boxed{A = 2Y_m \cdot \sin 2\pi\frac{x}{\lambda}}$ dépendant de la position du point M,
- de période T égale à celle de la source,
- de phase initiale Φ.

Les **nœuds** se trouvent dans des positions tel que :

$$\sin 2\pi\frac{x}{\lambda} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2\pi\frac{x}{\lambda} = k\pi \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{x = k\frac{\lambda}{2}} \qquad 0 \le x \le L,\ k \in \mathbb{Z}$$

Les **ventres** se trouvent dans des positions tel que :

$$\sin 2\pi\frac{x}{\lambda} = \pm 1 \quad \Leftrightarrow \quad 2\pi\frac{x}{\lambda} = (2k'+1)\frac{\pi}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{x = (2k'+1)\frac{\lambda}{4}} \qquad 0 \le x \le L,\ k' \in \mathbb{Z}$$

La longueur d'un fuseau (distance entre 2 nœuds consécutifs) est donc égale à $\lambda/2$.
Les ventres se trouvent au milieu entre deux nœuds consécutifs.

* Application aux instruments à cordes

La corde, tendue entre deux points fixes, vibre en un nombre entier de fuseaux, donc sa longueur est égale à un multiple de la demi-longueur d'onde :

$$\boxed{L = n \cdot \frac{\lambda}{2} = n \cdot \frac{c}{2f} = \frac{n}{2f} \cdot \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}}$$

avec n = nombre de fuseaux ($n \in \mathbb{N}^*$)
c = célérité le long de la corde
f = fréquence de la vibration
F_T = tension de la corde
μ = masse linéique de la corde

Pour F_T, c et μ donnés, on obtient une onde stationnaire seulement pour les fréquences vérifiant la relation :

fréquences propres de la corde : $\boxed{f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \qquad \text{avec } n \in \mathbb{N}^*}$

La valeur n = l correspond au son le plus grave que la corde puisse émettre : c'est le **son fondamental.** La corde vibre alors en un seul fuseau.

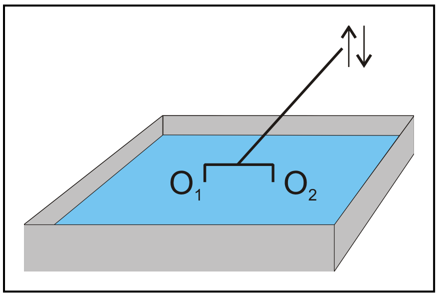
Aux valeurs n = 2, 3 ... correspondent des sons plus aigus, appelés **harmoniques**.

La formule des cordes vibrantes montre que

- la fréquence du son fondamental augmente avec la tension de la corde, propriété utilisée pour accorder les instruments à cordes (violon, guitare, contrebasse, piano,...);
- plus la masse linéique est grande, plus la fréquence du son émis est faible, donc plus le son est grave, pour une tension et une longueur données (guitare : cordes graves plus grosses) ;
- plus la corde est courte, plus la fréquence est élevée, donc plus le son émis est aigu, pour une tension et une masse linéaire données (piano : pour les sons aigus les cordes sont plus courtes).

e) Interférence dans un milieu à deux dimensions

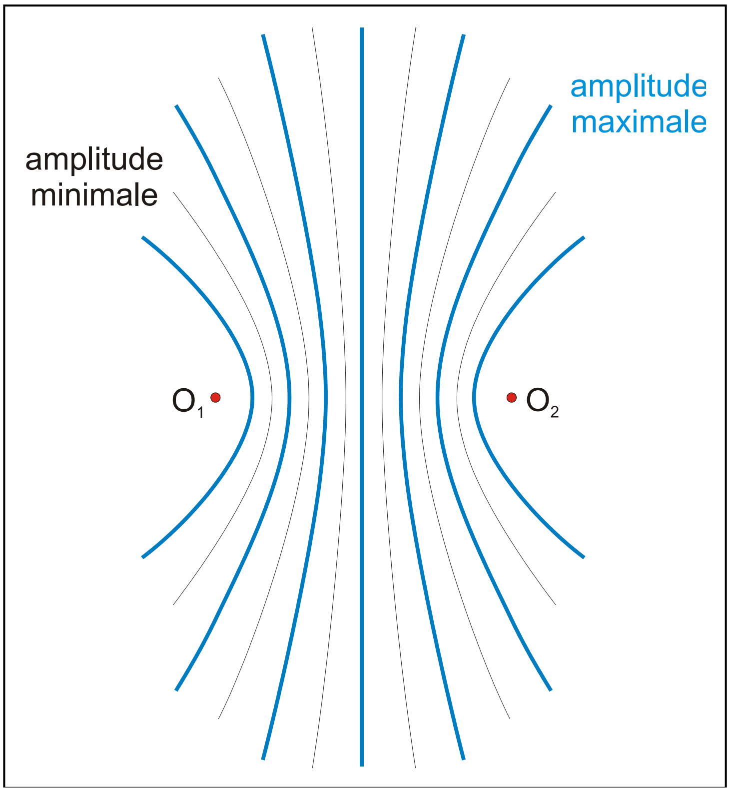
* **Dispositif expérimental**



Une fourche munie de deux pointes est fixée à l'extrémité d'un vibreur. Les pointes O_1 et O_2 ont ainsi même fréquence f. Elles font naître à la surface de l'eau des ondes circulaires.

* **Observations**

A la surface libre du liquide on observe des rides fixes, bien nettes entre O_1 et O_2. Elles ont la forme d'arcs d'hyperboles dont les foyers sont O_1 et O_2. On les appelle des lignes ou des **franges d'interférence**. Elles disparaissent si l'une des pointes vibre sans toucher l'eau.



* **Interprétation**

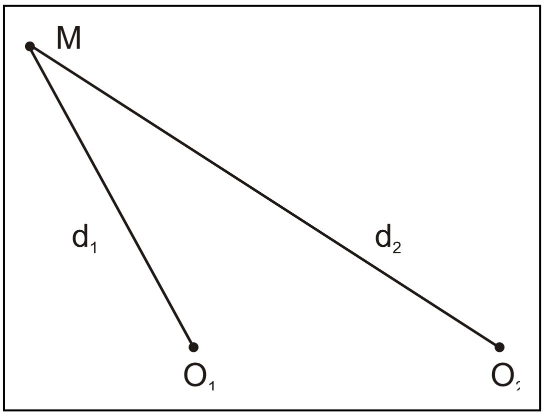
Supposons que les deux pointes frappent l'eau exactement au même instant : O_1 et O_2 constituent alors deux sources synchrones. Elles sont en phases et donc cohérentes. Si elles pénètrent à la même profondeur dans l'eau elles constituent des sources synchrones de même amplitude.

Avec un choix convenable de l'origine des temps (pour que $\varphi = 0$) leur équation horaire peut s'écrire :

$$\boxed{y = Y_m \sin \omega t}$$

Soit M un point de la surface de l'eau situé à la distance d_1 de O_1 et à la distance d_2 de O_2.

Si ces distances sont petites on pourra négliger l'amortissement des ondes.



L'onde venant de O_1 impose au point M une élongation

$$y_1 = Y_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{d_1}{\lambda}\right)$$

L'onde venant de O_2 impose au point M une élongation

$$y_2 = Y_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{d_2}{\lambda}\right)$$

L'élongation résultante en M est : $y = y_1 + y_2$ (superposition des petits mouvements)

* **Interférence constructive**

L'amplitude du mouvement résultant est maximale et égale à $2Y_m$ aux points où les 2 vibrations y_1 et y_2 sont en phase (même élongation y et même composante de vitesse v_y).

$$\sin a = \sin b \text{ et } \cos a = \cos b \Leftrightarrow a = b + k\cdot 2\pi \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z}$$

$$v_{y1} = v_{y2} \text{ et } y_1 = y_2 \Leftrightarrow 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{d_1}{\lambda}\right) = 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{d_2}{\lambda}\right) + k\cdot 2\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\boxed{d_2 - d_1 = k\cdot\lambda = 2k\cdot\frac{\lambda}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}}$$

A chaque valeur de k correspond une hyperbole.

Les points qui obéissent à la condition k = 0 sont ceux appartenant à la médiatrice de O_1O_2, c'est à dire à la frange centrale.

Les points qui obéissent à la condition $k \neq 0$ appartiennent à une famille d'hyperboles de foyers O_1 et O_2.

* **Interférence destructive**

L'amplitude du mouvement résultant est minimale ou nulle aux points où les 2 vibrations y_1 et y_2 sont en opposition de phase (élongation y et composante de vitesse v_y de signe opposé).

$$\sin a = -\sin b \text{ et } \cos a = -\cos b \Leftrightarrow a = b + (2k'+1)\cdot\pi \quad avec\ k' \in \mathbb{Z}$$

$$v_{y1} = -v_{y2} \text{ et } y_1 = -y_2 \Leftrightarrow 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{d_1}{\lambda}\right) = 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{d_2}{\lambda}\right) + (2k'+1)\pi, \quad k' \in \mathbb{Z}$$

$$\boxed{d_2 - d_1 = (2k'+1)\cdot\frac{\lambda}{2}, \quad k' \in \mathbb{Z}}$$

Les points qui obéissent à cette condition appartiennent à une autre famille d'hyperboles de foyers O_1 et O_2 qui s'intercalent entre les précédentes. A chaque valeur de k' correspond une hyperbole.

* **Points intermédiaires**

L'état vibratoire en un point M dépend donc de la différence des distances de ce point aux deux sources:
$d_2 - d_1 = \delta$ est appelée **différence de marche**.

* **Conclusions**

Lorsque les ondes issues de deux **sources synchrones** interfèrent, on observe une **figure d'interférence stationnaire**, c.-à-d. fixe dans le temps.

Il y a **interférence constructive** en M, si la différence de marche δ est égale à un nombre pair de demi-longueurs d'onde : $\delta = 2k\cdot \lambda/2$ ($k \in \mathbb{Z}$). L'amplitude en M est alors maximale, égale à $2Y_m$.

Il y a **interférence destructive** en M, si la différence de marche δ est égale à un nombre impair de demi-longueurs d'onde : $\delta = (2k'+1)\cdot \lambda/2$ ($k' \in \mathbb{Z}$). L'amplitude en M est alors minimale, égale à 0.

Si la différence de marche est quelconque, l'amplitude en M est comprise entre 0 et $2Y_m$.

* **Remarque :** On observe également une figure d'interférence stationnaire dans le cas où les sources présentent une différence de phase non-nulle, mais constante dans le temps. Les sources sont alors appelées **cohérentes**, leur fréquence f est donc forcément identique.

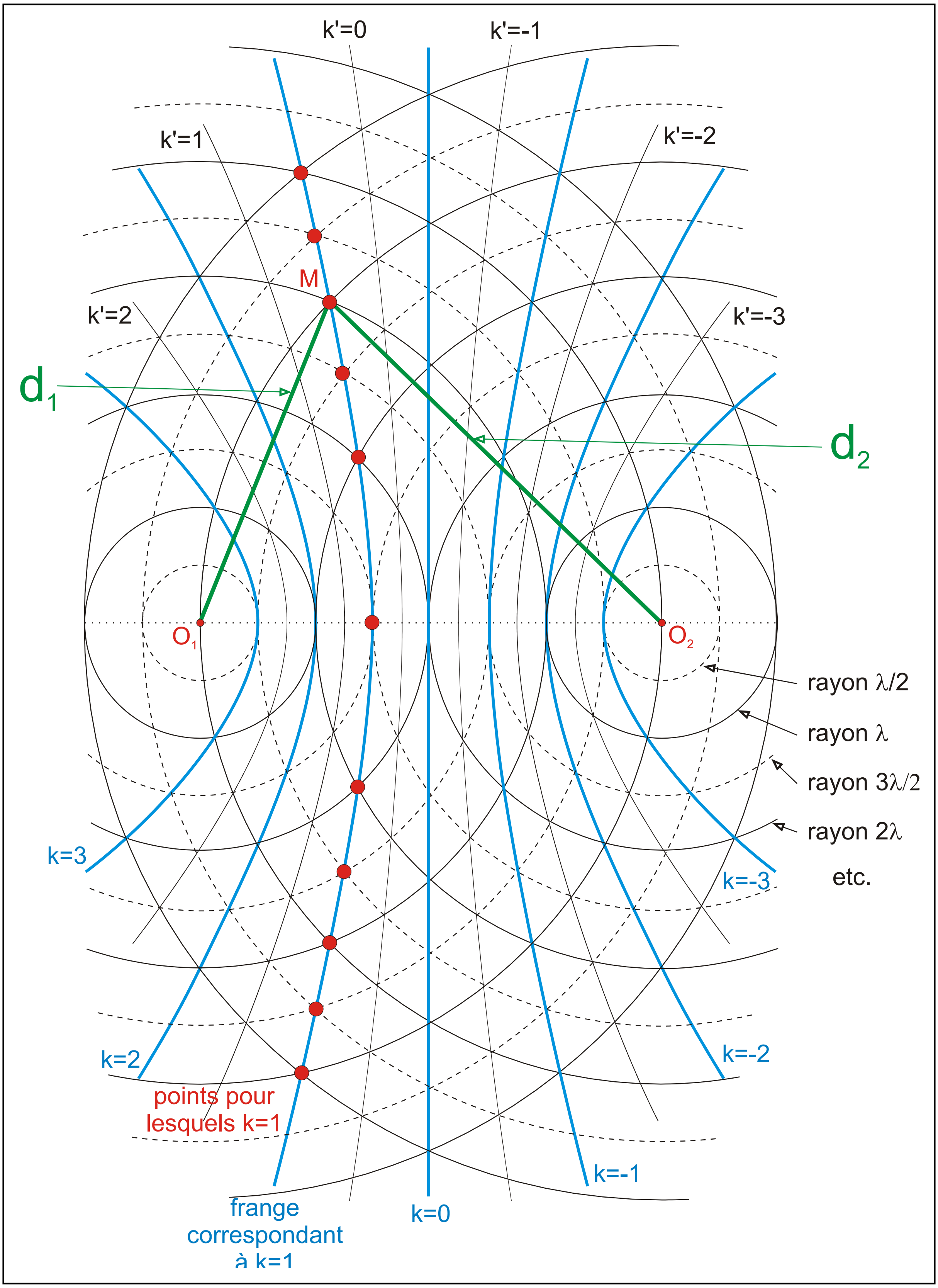
* **Construction de la figure d'interférence**

Choisissons pour la distance O_1O_2 un multiple de λ/2. On prépare la figure en traçant des cercles concentriques de centres O_1 et O_2, et de rayons λ/2, 2λ/2, 3λ/2, etc.

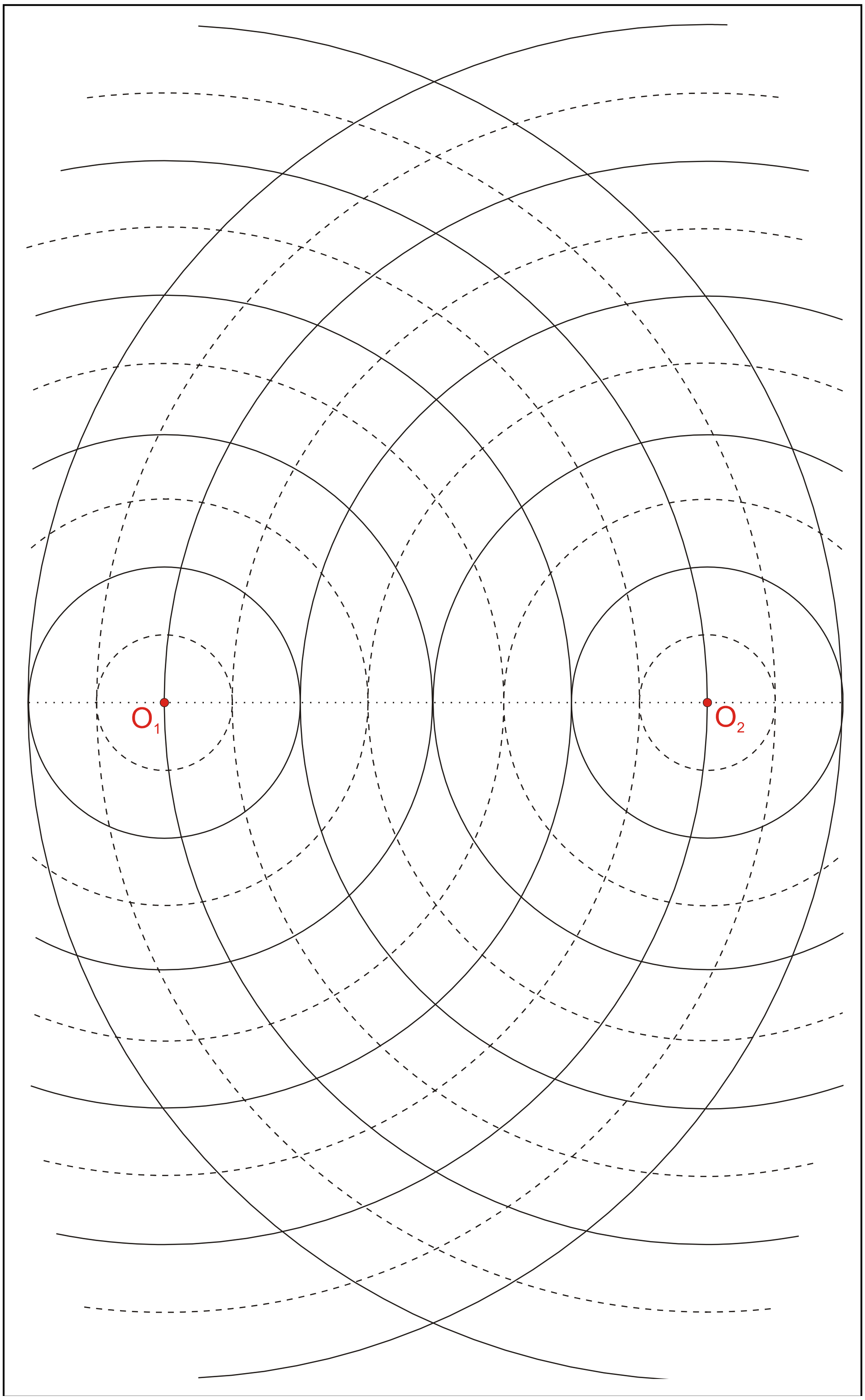
Puis on cherche, pour k=0, des points faciles à repérer qui correspondent à la condition d'interférence constructive $d_2-d_1=0$. On relie ces points par une courbe pour obtenir une frange d'amplitude maximale. C'est la médiatrice de O_1O_2.

On procède de même pour k=1 et on trace la frange d'amplitude maximale correspondant à k=1. De même pour k=-1, k=2, k=-2, etc.
On obtient ainsi toutes les franges d'amplitude maximale.

On obtient également toutes les franges d'amplitude minimale en procédant de même pour les valeurs de k'.


k'=0
k'=-1
k'=1
k'=-2
k'=2
k'=-3
M
d1
d2
O1
O2
rayon λ/2
rayon λ
rayon 3λ/2
rayon 2λ
etc.
k=3
k=-3
k=2
k=-2
k=-1
k=0
points pour lesquels k=1
frange correspondant à k=1

Exercez-vous à représenter toutes les franges d'interférence !



f) Interférence dans un milieu à trois dimensions

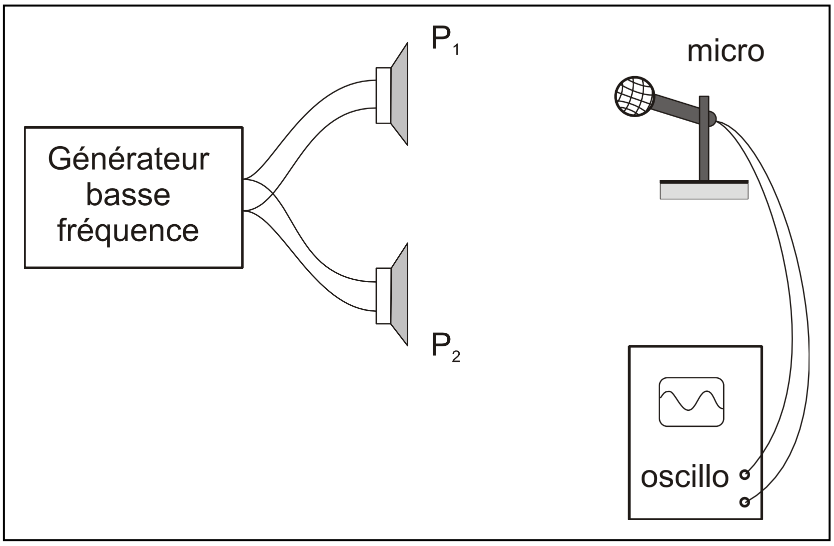
* **Détection des ondes acoustiques**

Les ondes sonores ou acoustiques sont des ondes longitudinales qui se propagent dans tout milieu élastique, en particulier dans l'air. L'onde se propage dans toutes les directions de l'espace à partir de la source.

L'oreille mise à part, le détecteur de choix est le microphone. Sa pièce maîtresse est une membrane élastique que l'onde sonore met en vibration. Les vibrations mécaniques de la membrane sont ensuite transformées en vibrations électriques, c.-à-d. en tension alternative qu'on peut visualiser sur l'écran d'un oscilloscope.

* **Expérience**

Deux haut-parleurs P_1 et P_2, alimentés par un même générateur basse fréquence (f < 1500 Hz), sont placés l'un à côté de l'autre. Un microphone mobile est relié à un oscilloscope.



* **Observations**

Quand on déplace le microphone parallèlement à l'alignement des deux haut-parleurs, l'amplitude de la vibration sonore qu'il détecte passe alternativement par un minimum et par un maximum. Ces variations de l'amplitude du son détecté peuvent être observées non seulement dans le plan des deux haut-parleurs, mais dans tout l'espace qui les entoure.

* **Interprétation**

L'onde sonore détectée résulte de l'interférence entre les deux ondes acoustiques **cohérentes** émises par les deux haut-parleurs.

Il y a **interférence constructive** (amplitude maximale) en tout point M pour lequel la différence de marche δ des deux ondes acoustiques est telle que

$$\delta = P_2M - P_1M = 2k \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

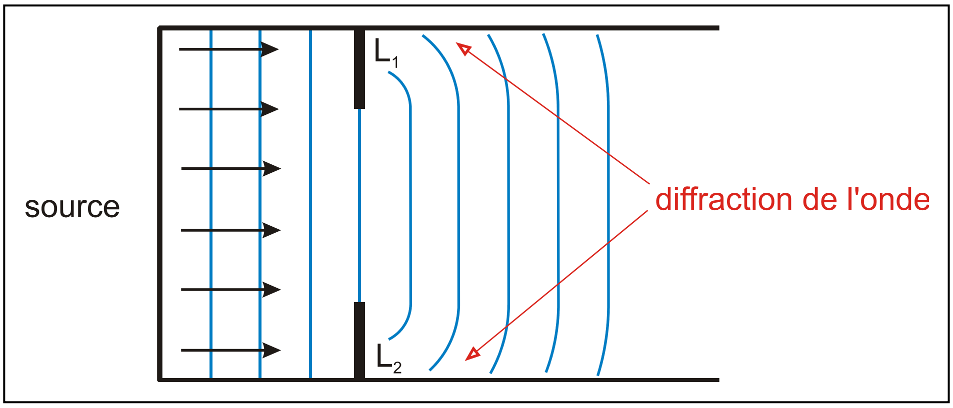
Il y a **interférence destructive** (amplitude minimale) en tout point N pour lequel la différence de marche δ des deux ondes acoustiques est telle que

$$\delta = P_2N - P_1N = (2k'+1) \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad k' \in \mathbb{Z}$$

g) Diffraction des ondes mécaniques

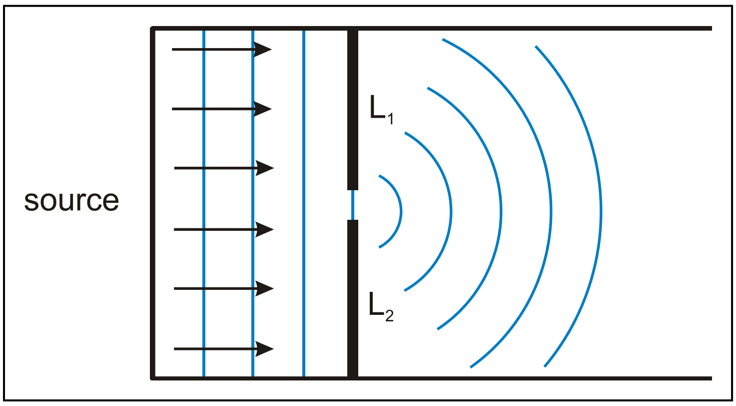
Expérience : Deux lames L_1 et L_2 placées dans une cuve à ondes constituent un obstacle pour les **ondes planes** qui s'y propagent: la largeur de l'ouverture entre les deux lames est réglable.

* **1er cas:** la largeur de l'ouverture est grande comparée à la longueur d'onde de l'onde incidente.



Les ondes planes se propagent dans la seconde partie de la cuve sans perturbation importante. Aux bords cependant, on observe le changement de direction de propagation appelé la **diffraction** des ondes.

* **2e cas:** la largeur de l'ouverture est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde de l'onde incidente. (La mince ouverture est encore appelée **fente**.)



Au niveau de la fente, l'onde plane donne naissance à une onde circulaire c’est à dire à une **onde fortement diffractée**. La fente se comporte comme une source ponctuelle d’ondes circulaires.

* **Définition et propriétés de l'onde diffractée**

On appelle **diffraction**, le phénomène au cours duquel une onde qui traverse une mince ouverture (fente, trou, …) ou rencontre un obstacle **change de direction de propagation**.

L'onde diffractée a même fréquence f que l'onde incidente.

Les deux milieux de propagation étant identiques, les deux ondes ont même célérité c.

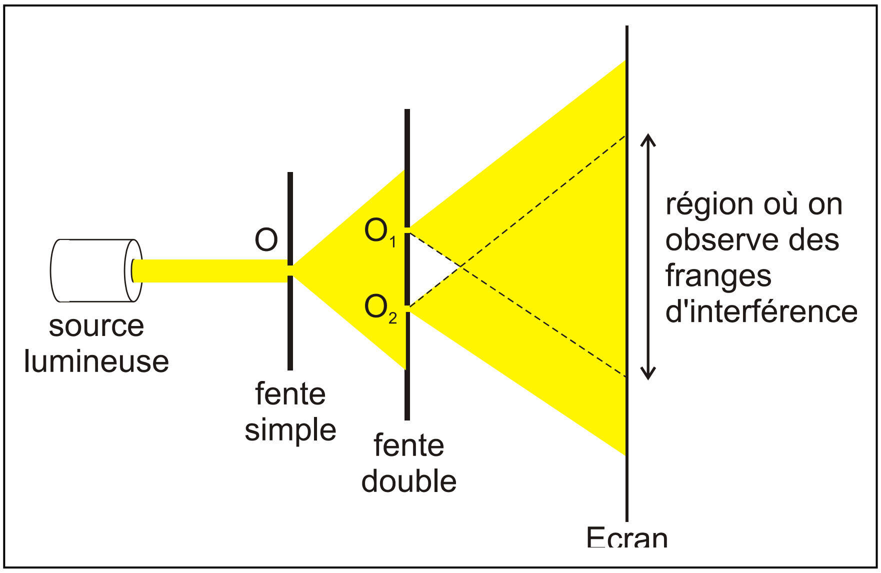
L’onde incidente et l’onde réfractée ont donc la même longueur d'onde λ.

3. Interférence lumineuse

a) Expérience des fentes de Young

* **Dispositif expérimental**

Ce dispositif a permis au physicien britannique Thomas Young (1773-1829) de démontrer la nature ondulatoire de la lumière. Une source monochromatique intense éclaire un écran percé d'une **fente mince** O. A cause de la diffraction, cette fente donne naissance à un faisceau divergent qui éclaire un second écran percé de deux fentes O_1 et O_2, parallèles **très fines** (environ 0,25 mm) et **très rapprochées** (environ 1 mm). A cause de la diffraction, ces deux fentes produisent chacune un faisceau de lumière divergent, illuminant finalement un écran.



* **Observations**

Sur l'écran, on observe une série de raies parallèles, de même largeur, alternativement brillantes et sombres : ce sont des **franges d'interférence**. Elles sont observables quelle que soit la position de l'écran, à condition qu'il soit illuminé par les deux faisceaux issus de O_1 et O_2.

* **Interprétation**

II est surprenant de voir qu'en certains points de l'espace :

lumière + lumière → obscurité

Cette expérience rappelle l'expérience des interférences mécaniques où en certains points de l'espace :

mouvement + mouvement → immobilité

son + son → silence

L'expérience peut être expliquée en supposant que **la lumière monochromatique** (une seule couleur c-à-d une seule fréquence f) **émise par une source lumineuse est une onde progressive**. La fréquence f de l'onde lumineuse est caractéristique de la couleur de la lumière.

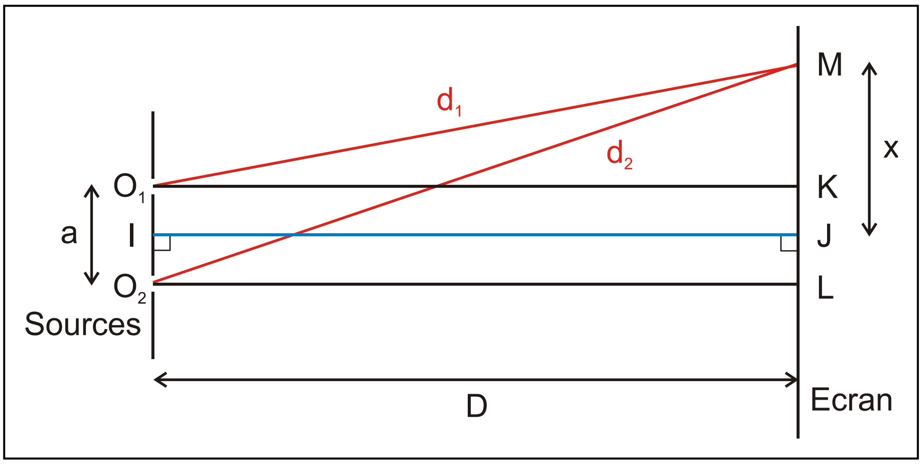
La lumière issue de O éclaire les deux fentes fines O_1 et O_2. Si celles-ci sont assez rapprochées, elles se comportent comme **deux** nouvelles **sources cohérentes** de lumière. Dans la région où les deux faisceaux se superposent, les ondes lumineuses interfèrent. Il y a lumière en M si l'interférence y est constructive. Il y a obscurité en M si l'interférence y est destructive.

b) Étude théorique

*** Calcul de la différence de marche**

L'état vibratoire en un point M dépend de la différence de marche notée δ, c'est à dire de la différence des distances $d_2 - d_1$ de ce point M aux deux sources O_1 et O_2:

$$\delta = d_2 - d_1 = O_2M - O_1M$$



D = distance séparant le plan des fentes du plan de l'écran

a = distance séparant les deux fentes

x = abscisse du point M de l'écran repéré par rapport à la médiatrice IJ de O_1O_2.

Compte tenu de ces notations, et en appliquant le théorème de Pythagore pour les triangles (O_1KM) et (O_2LM), on peut écrire :

$$d_1^2 = D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2$$

$$d_2^2 = D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2$$

En remplaçant dans la différence des carrés on obtient :

$$d_2^2 - d_1^2 = D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - D^2 - \left(x - \frac{a}{2}\right)^2$$

$$(d_2 - d_1)(d_2 + d_1) = \left(x^2 + \frac{a^2}{4} + ax\right) - \left(x^2 + \frac{a^2}{4} - ax\right)$$

$$(d_2 - d_1)(d_2 + d_1) = 2ax$$

Or, a et x sont des distances très faibles devant D (a et x sont de l'ordre du mm, tandis que D est de l'ordre du m). Les rayons O_1M et O_2M sont donc peu inclinés par rapport à la médiatrice IJ. On pourra faire l'approximation suivante : $d_1 + d_2 \approx 2D$ (= approximation des petits angles).

En introduisant dans la dernière relation, on obtient :

$$d_2 - d_1 = \frac{2ax}{d_1 + d_2} = \frac{2ax}{2D} \quad \text{et} \quad \boxed{\delta = \frac{ax}{D}}$$

* **Position des maxima et des minima**

Franges brillantes : il y a luminosité maximale en M si l'interférence y est constructive, c.-à-d. si:

$$\delta = 2k \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{ax}{D} = k \cdot \lambda$$

$$\boxed{x = k \cdot \frac{\lambda D}{a}} \text{ où } k \in \mathbb{Z}$$

Les abscisses x des franges **brillantes** sont donc : $x_{\text{maximas}} = 0,\ \pm\frac{\lambda D}{a},\ \pm\frac{2\lambda D}{a},...$

La frange centrale (x=0) est donc brillante.

Franges obscures : il y a obscurité en M si l'interférence y est destructive, c.-à-d. si:

$$\delta = (2k'+1) \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad k' \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{ax}{D} = (2k'+1) \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$\boxed{x = \frac{(2k'+1)}{2} \cdot \frac{\lambda D}{a}} \text{ où } k' \in \mathbb{Z}$$

Les abscisses x des franges **obscures** sont donc : $x_{\text{minimas}} = \pm\frac{\lambda D}{2a},\ \pm\frac{3\lambda D}{2a},\ \pm\frac{5\lambda D}{2a}...$

* **Interfrange et longueur d'onde de la lumière**

L'interfrange i est la distance qui sépare deux franges voisines de même nature.
D'après les résultats des positions x des franges, aussi bien les franges brillantes ($x_{maximas}$) que les franges obscures ($x_{minimas}$) **voisines** sont espacées de la même distance $\Delta x = i$ à savoir :

$$\textbf{interfrange} : \boxed{i = \frac{\lambda D}{a}}$$

Pour une lumière monochromatique donnée les franges sont d'autant moins serrées que les fentes sont rapprochées ou que l'écran se trouve loin des fentes.

L'interfrange dépend de la longueur d'onde de la lumière. La mesure de l'interfrange permet de déterminer la longueur d'onde de la lumière utilisée. On trouve des longueurs d'onde comprises entre 0,40 μm (lumière violette) et 0,80 μm (lumière rouge).
(en fait de 380nm à 780 nm)

Pour une bonne compréhension :

Cohérence des sources et phénomène d'interférence

Si deux sources cohérentes (de différence de phase constante) produisent des ondes qui se superposent (= qui interfèrent), on observe une disposition de la position des points d'amplitude maximale et minimale ne changeant pas au cours du temps. Dans l'exemple de deux pointes qui frappent une nappe d'eau, on a des franges dont les positions dans l'espace sont fixes et qui sont donc observables.

Si, par contre, des ondes issues de deux sources non-cohérentes interfèrent il y a aussi superposition, donc interférence, mais la disposition dans l'espace des points d'amplitude maximale et minimale change d'un instant à l'autre. Ainsi deux sources lumineuses distinctes émettant de façon aléatoire d'innombrables trains d'ondes, mèneraient à une disposition fixe des franges aussi longtemps qu'un certain train d'onde de l'une des sources interfère avec un certain train d'onde de l'autre source. Comme les trains d'onde sont courts et que la vitesse de la lumière est élevée, cette durée est très faible, de l'ordre de la nanoseconde. Ainsi la différence de phase des deux sources a une valeur constante pendant une nanoseconde environ. Mais à la nanoseconde suivante, deux autres trains d'onde, éventuellement de même fréquence, vont interférer. Mais la différence de phase des sources aura certainement une autre valeur constante, ce qui amène à une autre disposition des franges, fixe de nouveau pendant une nanoseconde environ. On comprend donc qu'il est impossible d'observer sur un écran un système fixe de franges claires et obscures.