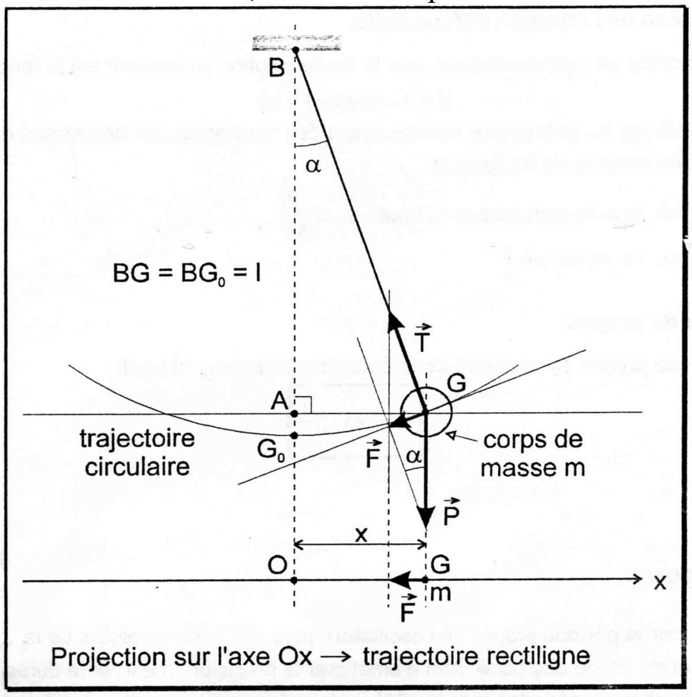
<u>TP1 : Oscillations mécaniques harmoniques: Le pendule simple</u>

1) Considérations théoriques

Le **système** étudié est le pendule de longueur l =BG, composé d'un solide de masse m qui est suspendu à un fil inextensible de masse négligeable <u>(l n'est pas forcément la longueur du fil)</u>. L'autre extrémité du fil est accrochée en un point fixe B. À l'équilibre, le centre d'inertie G du solide est sur la verticale de B, matérialisée par le fil.



On écarte le corps hors de la position d'équilibre, et on le lâche sans vitesse initiale. Il descend, passe par sa position d'équilibre, remonte de l'autre côté, redescend, et ainsi de suite. Il effectue des oscillations libres autour de sa position d'équilibre, étudiées dans le **référentiel terrestre**.

Concernant les **forces extérieures**, en première approximation, nous négligeons les actions de freinage produites par l'air. Le solide de masse m est ainsi soumis à son poids $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$ et à la tension $\vec{T}$ du fil. A l'équilibre. Le centre d'inertie G est en G_0, sur la verticale de B, et les deux forces s'équilibrent : $m \cdot \vec{g} + \vec{T} = \vec{0}$.

Hors de la position d'équilibre, la résultante du poids et de la tension, non nulle, provoque un mouvement oscillatoire circulaire.

Appliquons le **principe fondamental** de Newton dans le **repère de Frenet**:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a} \qquad \text{c'est à dire} \qquad m \cdot \vec{g} + \vec{T} = \vec{a}$$

Décomposons les forces dans la base de Frenet :

$$\vec{P} = m\,\vec{g}\left|\begin{array}{l} P_T = \ m\ g \sin\alpha \\ P_N = -\ m\ g \cos\alpha \end{array}\right. \qquad \vec{T}\left|\begin{array}{l} T_T = 0 \\ T_N = T \end{array}\right.$$

On obtient donc les équations suivantes :

$$\left|\begin{array}{ll} m\ g \sin\alpha = m\ a_T & (1) \\ -m\ g \cos\alpha + T = m\ a_N & (2) \end{array}\right.$$

Pour des oscillations **de faibles amplitudes**, l'angle entre le fil et la verticale est très petit. Dans ce cas, on peut approximer le mouvement circulaire par un mouvement rectiligne horizontal qui est la projection du mouvement circulaire sur l'axe Ox. Ceci revient à négliger la composante normale des forces. Nous avons finalement affaire à

un mouvement oscillatoire rectiligne qui se déroule selon la direction de Ox du **repère cartésien**.
Pour cette approximation des faibles amplitudes d'oscillations, les équations (1) et (2) s'écrivent :

$$\left| \begin{array}{ll} m\ g\ \sin\alpha = m\ a_x & (1) \\ -m\ g\ \cos\alpha + T = 0 & (2) \end{array} \right.$$

En remarquant que : $\sin\alpha = \frac{x}{l}$ et en tenant compte du signe opposé de l'abscisse x et de la composante selon Ox de l'accélération a_x, la relation (1) s'écrit :

$$- m\ g\ \frac{x}{l} = m\ a_x\ .$$

Respectivement : $$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{g}{l}x\ .$$

On remarque que l'oscillation est donc indépendante de la masse du solide.

L'équation précédente est une **équation différentielle du second degré**.
Une solution de cette équation est: $x = X_m \cos(\omega_0\, t + \varphi)$,
où X_m représente l'amplitude d'oscillation et φ la phase initiale, qui sont des facteurs constants dépendant des conditions initiales de lancement.

Dans ce cas ω_0 est la **pulsation propre de l'oscillation** qui vaut $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$

On en déduit que la **période propre d'oscillation** T_0 vaut : $\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$.

2) Mesures

1) Démontrer que la solution proposée vérifie l'équation différentielle et en déduire la relation de la période propre.

2) Vérifions que la période propre T_0 est indépendante de la masse du solide m.
Afin **d'améliorer la précision de mesure**, on mesure la durée de plusieurs oscillations (p.ex. 10) et on divise la durée par ce nombre pour trouver la période. Chaque manipulateur du groupe prend une mesure et on calcule la moyenne.
(Longueur du pendule environ l = 900 mm **identique pour les 3** pendules ! Ecarter le pendule que faiblement de la position d'équilibre (p.ex 10°) entre verticale et fil écarté (voir 3)).

Masse en g			
Période T_0 en s			

Conclure !

3) Étudions l'influence de l'amplitude sur la période propre. À cet effet nous mesurons l'angle initial entre la verticale et le fil du pendule à l'instant où le pendule est lâché. (Longueur du pendule environ l = 900 mm ; prendre la petite masse.)

angle initial α_0 en °	5	10	15	…	60	65	70
Période T_0 en s							

Représenter la période propre T_0 en fonction de l'angle initial α_0. Conclure !

4) Étudions maintenant la relation entre la période propre et la longueur du pendule l= BG, pour une amplitude d'oscillation faible (écarter le pendule que faiblement de la position d'équilibre p.ex 10° entre verticale et fil écarté (voir 3)).

Longueur l en mm	900	850	800	…	500	450	400
Période T_0 en s							

3) Exploitation des résultats expérimentaux

Si on élève l'expression de la période propre au carré, on obtient :

$$T_0^2 = \frac{4\pi^2}{g} l$$

1) En représentant le carré de la période propre T_0^2 en fonction de la longueur du fil l, on obtient donc une fonction linéaire de pente $p = \frac{4\pi^2}{g}$ passant par l'origine.

2) Déterminer la pente p et l'ordonnée à l'origine oo.

3) En déduire les valeurs de l'accélération de pesanteur g.

4) Comparer cette valeur à la valeur théorique en Europe Centrale
A cet effet, on calcule l'écart relatif :
écart relatif = différence entre valeur expérimental et valeur théorique, divisée par la valeur théorique et multiplié par 100 pour être exprimé en %

4) Conclure quant à la validité de la relation de la période propre.